

ALLEGATI AL REPORT

COMPITO 1

SCHEMA FINALE PROBLEMA

Il corsista scelga almeno uno dei problemi del Rally Matematico Transalpino affrontati durante il corso e sviluppi la scheda individualmente o in gruppo, seguendo le indicazioni riportate in questo file:

1. ANALISI A PRIORI
 - il contesto
 - il testo
 - il linguaggio
 - le rappresentazioni presenti nel testo
 - la previsione delle procedure possibili per gli allievi
 - la previsione dei possibili errori

2. ANALISI A POSTERIORI (dopo aver rivisto gli elaborati)
 - elementi “nuovi” che integrano l’analisi a priori: testo, procedure, errori,...
 - evidenziazione di particolari che hanno generato interpretazioni errate
 - evidenziazione di argomentazioni/rappresentazioni originali e personali degli allievi

3. POSSIBILI UTILIZZI DIDATTICI DEL PROBLEMA
precisare:
 - a quale scopo può essere utilizzato il problema
 - in quale momento del curriculum può essere utile il problema per costruire/consolidare/verificare il livello di competenza di un concetto

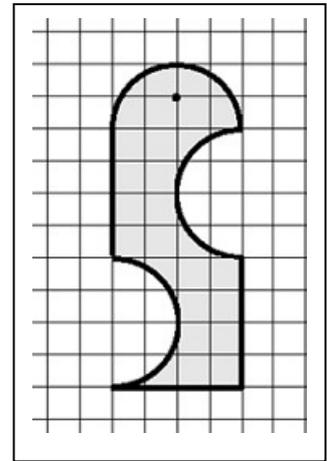
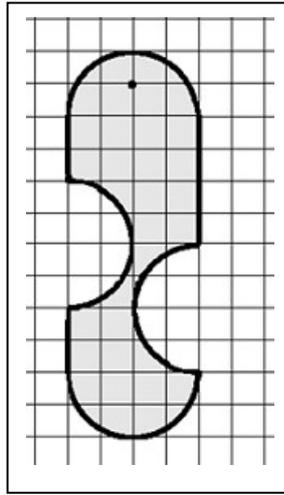
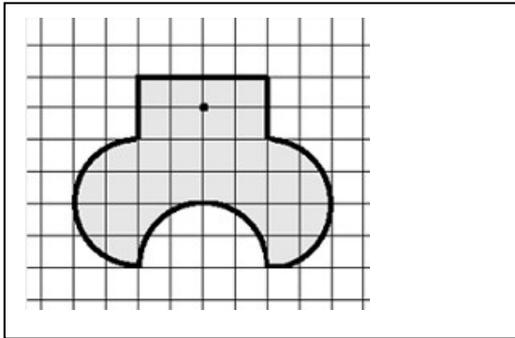
ALLEGATO 1.1

CIONDOLI D’ORO

Anna, Bea e Camilla hanno ricevuto ciascuna in dono un ciوندolo d’oro.

I ciondoli sono piatti, hanno lo stesso spessore, ma sono di forme diverse e per ciascuno di essi è stata usata una differente quantità di oro.

Ecco i disegni dei ciondoli.



ANNA

BEA

CAMILLA

Indicate qual è il ciondolo per cui è stato usato più oro e quello per cui ne è stato usato di meno.

Mostrate come avete fatto a trovare la risposta.

Mostrate come avete fatto a trovare la risposta.

1. ANALISI A PRIORI

- ✓ il contesto
- ✓ il testo
- ✓ il linguaggio
- ✓ le rappresentazioni presenti nel testo
- ✓ la previsione delle procedure possibili per gli allievi
- ✓ la previsione dei possibili errori

Le categorie alle quali proporre questo problema potrebbero essere Cat. 5-6-7-8. I concetti matematici inerenti al problema sono:

- area di figure non poligonali.
- area del cerchio
- confronto di aree
- equiscomponibilità

Il linguaggio utilizzato è semplice e di facile comprensione, inoltre le rappresentazioni grafiche presenti nel testo ne favoriscono l'appropriazione da parte dell'allievo. Ma nonostante questo l'allievo potrebbe essere disorientato dal fatto che nel problema da risolvere non ci siano "numeri", con i quali operare. Inoltre la difficoltà sta nel capire che ciò che devono confrontare non è un peso, ma una superficie.

Per risolvere il problema i ragazzi potrebbero:

- ritagliare e ricomporre le figure in forme "più note"
- contare i quadretti interi e approssimare quelli non interi, per avere comunque un'area approssimata.
- fare la differenza tra area massima e area minima.
- scomporre la figura in rettangoli e semicerchi, calcolarne l'area per poi sommarla.

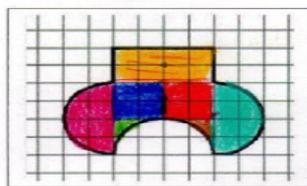
Tra i possibili errori potrebbe esserci il calcolo del perimetro e non dell'area, perché associano ad esso la maggiore o minore quantità d'oro da utilizzare.

2. ANALISI A POSTERIORI (dopo aver rivisto gli elaborati)

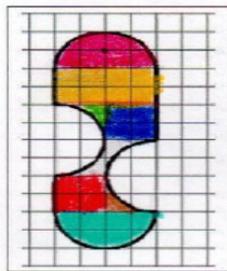
- ✓ elementi "nuovi" che integrano l'analisi a priori: testo, procedure, errori,...
- ✓ evidenziazione di particolari che hanno generato interpretazioni errate
- ✓ evidenziazione di argomentazioni/rappresentazioni originali e personali degli allievi

In tutti gli elaborati esaminati gli allievi sono arrivati alla risposta utilizzando la scomposizione della figura. La scelta dell'unità di misura però non è stata la stessa. In alcuni elaborati la scomposizione ha riguardato i semicerchi: quelli eccedenti sono stati traslati o ruotati negli incavi del rettangolo. In alcuni elaborati le figure è stata scomposta in altre più piccole che poi hanno confrontato, utilizzando molto il linguaggio grafico (figure uguali, colore uguale), come nell'esempio 1.

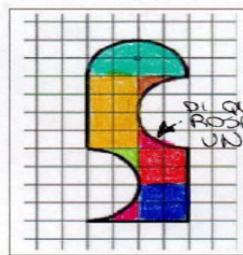
Ecco i disegni dei ciondoli.



ANNA



BEA



CAMILLA

ESEMPIO 1

Per coprire quale fosse il ciondolo credo con più oltremodo diverso i ciondoli in figure geometriche ripetute in tutti i ciondoli

 ANNA → 2
 BEA → 2
 CAMILLA → 1

 ANNA → 4
 BEA → 4
 CAMILLA → 4

 ANNA → 2
 BEA → 4
 CAMILLA → 4

DIETRO

		
ANNA = 2	4	2
BEA = 2	4	4
CAMILLA = 1	4	4

ESEMPIO 2

La rappresentazione che abbiamo ritenuto più originale è stata quella riportata a fianco (esempio 2). Gli allievi che hanno proposto questa soluzione hanno riconosciuto come comuni tre unità di misura (il semicerchio, il quadrato e il mezzo quadrato con diagonale curvilinea) che poi hanno messo a confronto.

Negli elaboratori esaminati, nessun allievo ha calcolato la differenza tra area massima e minima e nessuno ha calcolato l'area dei singoli pezzi (semicerchi e rettangoli) per poi sommarla. Quest'ultima cosa è stata però presente nell'elaborato di un allievo di una collega che ha proposto questa prova alla sua classe.

In nessuno degli elaborati esaminati è stato calcolato il perimetro (indicato nella nostra analisi a priori), tutti pertanto hanno compreso che il problema richiedeva di confrontare l'area delle tre figure.

3. POSSIBILI UTILIZZI DIDATTICI DEL PROBLEMA

precisare:

- ✓ a quale scopo può essere utilizzato il problema
- ✓ in quale momento del curriculum può essere utile il problema per costruire/consolidare/verificare il livello di competenza di un concetto

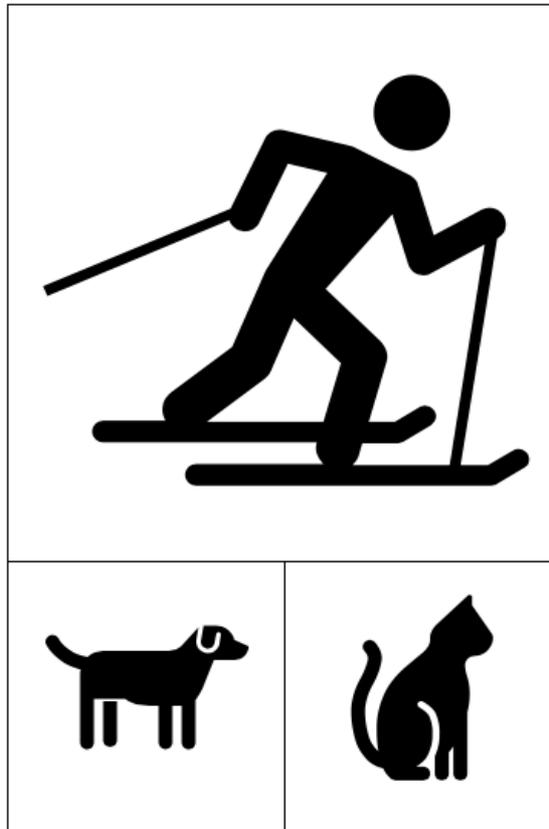
I problemi del Rally possono essere utilizzati in generale per sviluppare negli allievi la capacità di lavorare in gruppo e di confrontarsi; argomentare spiegando idee e procedimenti, comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri (come riportato nelle indicazioni nazionali) o sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati o accettare di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta (come riportato nei traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado).

In particolare il problema “i ciondoli d’oro” potrebbe essere utilizzato per rafforzare negli allievi il concetto di superficie e di equiscomponibilità, per farli operare con un problema di aree in cui la soluzione può essere trovata senza l’applicazione di formule, incentivando altri linguaggi di comunicazione, come ad esempio quello grafico e per radicare in loro l’idea che non esiste un unico procedimento risolutivo, ma che al tanto sospirato risultato ci si può arrivare imboccando strade diverse.

ALLEGATO 1.2

TRE FOTO SU UNA PAGINA

Roberto ha incollato tre foto di forma quadrata su una pagina del suo album: una grande che lo ritrae mentre fa sci di fondo e due piccole, una del suo gatto e una del suo cane.



Le tre foto ricoprono interamente la pagina dell'album.

Il contorno della foto grande misura 48 centimetri.

Quanto misura il contorno della pagina su cui sono incollate le tre foto?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

1. ANALISI A PRIORI

- **il contesto** è realistico e vicino alle esperienze dei ragazzi, perciò li può coinvolgere nella risoluzione
- **il testo** è chiaro, semplice sia nella descrizione della situazione che nella richiesta.
- **il linguaggio** è comprensibile e adatto anche ad alunni della scuola primaria.
Le rappresentazioni presenti nel testo sono minimali, non fuorvianti e utili alla comprensione del testo.
- **la previsione delle procedure possibili per gli allievi**

- calcolo del lato del quadrato grande attraverso una divisione in 4 e del lato dei quadrati più piccoli attraverso la divisione a metà del lato grande; calcolo del perimetro attraverso addizione dei lati.

- **la previsione dei possibili errori**

Calcolo dell'area anziché del perimetro

2. ANALISI A POSTERIORI (dopo aver rivisto gli elaborati)

- **elementi “nuovi” che integrano l'analisi a priori: testo, procedure, errori,...**

- Calcolo del perimetro effettivo della figura rappresentata misurata con il righello.
- Lettura errata dei dati, in particolare interpretazione errata del numero 48 riconosciuto come misura del lato e non come misura del perimetro.

- **evidenziazione di particolari che hanno generato interpretazioni errate**

- **evidenziazione di argomentazioni/rappresentazioni originali e personali degli allievi**

- perimetro rettificato, cioè rappresentazione del perimetro come allineamento di segmenti corrispondenti ai lati.

3. POSSIBILI UTILIZZI DIDATTICI DEL PROBLEMA

- **a quale scopo può essere utilizzato il problema**

- applicare conoscenze acquisite su perimetro e figure piane, il quadrato e le sue caratteristiche in particolare;
- esercitare capacità percettive di confronto tra lunghezze.

- **in quale momento del curriculum può essere utile il problema per costruire/consolidare/verificare il livello di competenza di un concetto**

Può essere sicuramente utile per consolidare il concetto di perimetro e anche per verificarne l'apprendimento.

Si potrebbe forse sperimentare anche in una classe terza o in una classe quarta che non abbiano ancora affrontato il perimetro, come situazione stimolo dalla quale costruire il concetto.

Una volta trovata la soluzione si potrebbero formulare altre richieste a ragazzi dalle categorie 4, 5, 6.

Ad esempio:

“Nella pagina successiva Roberto vuole incollare a intera pagina due fotografie uguali nella forma, quadrate o rettangolari.

- Quale forma potrebbero avere? Quale sarebbe la misura del loro contorno? (oppure dei loro lati) Ci sono diverse possibilità (diversi formati)?
- E se volesse incollare 3 fotografie rettangolari o quadrate della stessa forma e dello stesso contorno? Ci sarebbe un'unica possibilità?
- Se decidesse di incollare 6 foto uguali per forma e misure? Quante possibilità?”

ALLEGATO 1.3

LA MAREGGIATA

Il bagnino del Bagno Orizzonte è molto preciso e inizia a disporre gli ombrelloni in modo che il numero delle file parallele alla costa sia uguale a quello delle file perpendicolari alla costa.

Gli avanzano però degli ombrelloni e così ne aggiunge 4 a ciascuna fila parallela alla costa.

Dopo una mareggiata la spiaggia si è ridotta e il bagnino ha dovuto togliere le due file di ombrelloni più vicine al mare e aggiungere gli ombrelloni tolti alle altre file.

In questo modo le file parallele alla costa hanno 16 ombrelloni ciascuna.

Quanti potrebbero essere gli ombrelloni del Bagno Orizzonte?

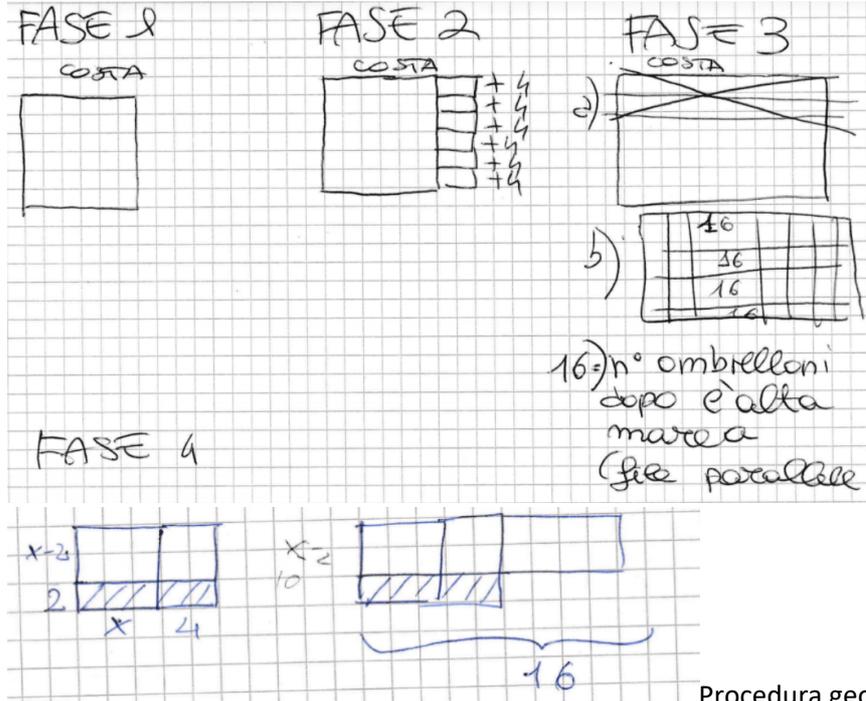
Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

1. ANALISI A PRIORI

- **Il contesto** un problema di tipo matriciale, con disposizioni di righe e colonne che seguono alcune regole “nascoste”: all’inizio sono $(n+4) \times (n)$, dopo la mareggiata sono $16 \times (n-2)$. È importante scrivere la formula con cui esprimerli all’inizio e quella con cui esprimerli alla fine. Bisogna poi notare che il numero degli ombrelloni non cambia, quindi le due formule sono equivalenti e pertanto si arriva alla risoluzione di una equazione di secondo grado...
- **le rappresentazioni presenti nel testo:** rappresentazione a tabella
- **la previsione delle procedure possibili per gli allievi:** individuazione della incognita e quindi risoluzione con equazione. Rappresentazione tipo matrice con tentativi partendo da numero file iniziali
- **Tentativi.** Utilizzo di una incognita per il numero di file parallele alla costa e per il numero di file ad essa perpendicolari con legame fra le due.
- **la previsione dei possibili errori:** se risolto per tentativi, la difficoltà potrebbe essere la creazione di una tabella che partendo dalla configurazione finale esprime tutte i possibili casi in cui la somma degli ombrelloni di ciascuna fila finale è 16.

2. ANALISI A POSTERIORI (dopo aver rivisto gli elaborati)

- elementi "nuovi" che integrano l'analisi a priori: procedure



16) n° ombrelloni dopo c'è alta marea (file parallele)

Procedura geometrica:

costruzione di un rettangolo a partire da altro rettangolo. IN realtà è una forma diversa di matrice

- evidenziazione di particolari che hanno generato interpretazioni errate

Abbiamo trovato tutti i numeri divisibili per 16 e
 $x : 16 = y \rightarrow x : (y+2)$
 Quindi gli ombrelloni potrebbero essere:
 32 / 96 / 224 perché:
 $32 : 16 = 2 \rightarrow 32 : (2+2) = 32 : 4 = 8$ file con 16 ombrelloni

Il numero 16: all'inizio si è capito che il numero di ombrelloni deve essere multiplo di 16, poi non si è interpretato correttamente il suo legame con il numero di file

- evidenziazione di argomentazioni/raffrontamenti originali e personali degli allievi

Inizialmente abbiamo che gli ombrelloni sono uguali sia nelle file che nelle colonne $m=n$.
 Abbiamo, inoltre, identificato delle condizioni d'esistenza in quanto gli ombrelloni per ogni fila e colonna devono essere < 10 perché sommando 4 otteniamo subito 16 e devono essere > 2 perché se avessi 2×2 eliminando le prime 2 file non avrei più ombrelloni:
 $2 < q \cdot m < 12$

Capire quali sono le condizioni di massimo e minimo nella scrittura di una formula

3. POSSIBILI UTILIZZI DIDATTICI DEL PROBLEMA

precisare:

- a quale scopo può essere utilizzato il problema: processo di formalizzazione nella scrittura di una funzione e della sua trasformazione. Costruzione di una equazione.
- in quale momento del curriculum può essere utile il problema per costruire/consolidare/verificare il livello di competenza di un concetto. Costruire una equazione come eguaglianza fra polinomi. Consolidare l'applicazione di una equazione di secondo grado

4. POSSIBILI UTILIZZI DIDATTICI DEL PROBLEMA

precisare:

- a quale scopo può essere utilizzato il problema: processo di formalizzazione nella scrittura di una funzione e della sua trasformazione. Costruzione di una equazione.
- in quale momento del curriculum può essere utile il problema per costruire/consolidare/verificare il livello di competenza di un concetto. Costruire una equazione come eguaglianza fra polinomi. Consolidare l'applicazione di una equazione di secondo grado

COMPITO 2

SCHEDA 3

Immagina di essere insieme ad altri colleghi per attribuire punteggi alle prove della gara del Rally Matematico Transalpino.

State analizzando gli elaborati relativi ad uno dei problemi affrontati durante i laboratori.

Allegato 2.1

Il problema che abbiamo preso in esame è quello del “pasticciere pasticciere”. Dall’analisi degli elaborati è emerso che, chi ha risolto correttamente il problema, ha individuato il rapporto di 4:1 tra zucchero e acqua ma non hanno impostato la classica proporzione per arrivare al risultato come avevamo ipotizzato nell’analisi a priori. Per arrivare al risultato solo in un elaborato è stata utilizzata una rappresentazione grafica della situazione, anche se parzialmente corretta. L’errore che ha caratterizzato gli elaborati non corretti è stato quello di considerare costante la differenza tra acqua e zucchero invece che il rapporto.

Nessun elaborato evidenzia soluzioni originali o non previste nell’analisi a priori.

ELABORATO	CORRETTEZZA				CHIAREZZA		ORIGINALITA'		ERRORI
	identificazione delle relazioni	identificazione della strategia risolutiva	esecuzione dei calcoli necessari	argomentazione della strategia risolutiva scelta	codici grafici/simbolici	spiegazione del procedimento risolutivo	utilizzo di esempi e controesempi	modellizzazione del problema	
Im4_ad	errata	errata	errata	errata	operazioni in riga	chiara ma non esatta	no	no	hanno considerato costante la differenza tra acqua e zucchero e non il rapporto
Im5_af	errata	errata	errata	errata	operazioni in riga	poco chiara	no	no	hanno considerato costante la differenza tra acqua e zucchero e non il rapporto
Im19_ae	errata	errata	errata	errata	operazioni in colonna	assente	no	no	
Im15_ae	errata	errata	errata	errata	operazioni in riga	chiara ma non esatta	no	no	hanno considerato costante la differenza tra acqua e zucchero e non il rapporto
Im5_bf	corretta	corretta	corretta	corretta	operazioni in riga	chiara	no	no	nessuno
Im13_be	corretta	corretta	corretta	corretta	operazioni in riga	non molto chiara	no	no	
Im24_be	corretta	corretta	corretta	corretta	grafico	chiara	no	no	errore nel rappresentare graficamente la quantità di acqua
Im26_be	parzialmente corretta	parzialmente corretta	parzialmente corretta	parzialmente corretta	operazioni in riga	incompleta	no	no	conclusione errata perché non è la differenza che rimane costante
Im29_be	corretta	parzialmente corretta	parzialmente corretta	corretta		parziale	no	no	conclusione errata perché non è la differenza che rimane costante
Im21_be	corretta	corretta	corretta	corretta	operazioni in riga	chiara e completa	no	no	nessuno
Im27_be	corretta	corretta	corretta	corretta	operazioni in riga	non spiegata verbalmente	no	no	nessuno

Allegato 2.2

(Proponiamo questo allegato per documentare la comprensibile difficoltà di un docente di fronte all'analisi delle soluzioni fornite dagli allievi per i problemi dell'ARMT, vista la consuetudine di strutturare griglie di *valutazione scolastica*).

Sarebbe opportuna una riflessione comune quindi, durante l'esame degli elaborati, riguardante i criteri significativi per la ricerca, piuttosto che quelli relativi al raggiungimento pieno o parziale di certi obiettivi didattici.

Griglia di correzione per il problema: "La Tenda Canadese"

<i>Descrittori</i>	<i>Punteggio</i>
<p>Risposta corretta</p> <ul style="list-style-type: none">∅ L'allievo ha identificato correttamente le varie figure proposte dal problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra esse, assemblandole in modo giusto per la costruzione della tenda canadese∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema∅ Ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo	4
<p>Risposta corretta con spiegazione poco chiara o assente</p> <ul style="list-style-type: none">∅ L'allievo ha identificato correttamente le varie figure proposte dal problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra esse, assemblandole in modo giusto per la costruzione della tenda canadese∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema∅ Non ha descritto/non ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo	3

<p>Risposta corretta senza spiegazione</p> <ul style="list-style-type: none"> ∅ L'allievo ha identificato correttamente le varie figure proposte dal problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra esse, assemblandole in modo giusto per la costruzione della tenda canadese ∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema ∅ Non ha descritto il processo risolutivo impiegato ∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo ∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo 	2
<p>Risoluzione parziale del Problema</p> <ul style="list-style-type: none"> ∅ L'allievo ha identificato non del tutto corretto le varie figure proposte dal problema ed ha mostrato una parziale comprensione della relazione tra esse, assemblandole in modo errato per la costruzione della tenda canadese ∅ Ha dimostrato una parziale strategia risolutiva del problema ∅ Non ha descritto/non ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato ∅ Non ha usato/non ha usato correttamente illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo ∅ Non ha svolto correttamente il processo risolutivo 	1
<p>Mancata soluzione del Problema</p>	0

2 **Griglia di correzione per un qualunque problema:**

<i>Descrittori</i>	<i>Punteggio</i>
<p>Risposta corretta</p> <ul style="list-style-type: none"> ∅ L'allievo ha identificato gli elementi importanti del problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra essi ∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema ∅ Ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato ∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo ∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo 	4
<p>Risposta corretta con spiegazione poco chiara o assente</p> <ul style="list-style-type: none"> ∅ L'allievo ha identificato gli elementi importanti del problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra essi ∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema ∅ Non ha descritto/non ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato ∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo ∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo 	3
<p>Risposta corretta senza spiegazione</p> <ul style="list-style-type: none"> ∅ L'allievo ha identificato gli elementi importanti del problema ed ha mostrato una totale comprensione della relazione tra essi ∅ Ha dimostrato una efficace ed originale strategia risolutiva del problema ∅ Non ha descritto il processo risolutivo impiegato 	2

<p>∅ Ha usato illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo</p> <p>∅ Ha svolto correttamente tutto il processo risolutivo</p>	
<p>Risoluzione parziale del Problema</p> <p>∅ L'allievo ha identificato solo parzialmente gli elementi importanti del problema ed ha mostrato una incompleta comprensione della relazione tra essi</p> <p>∅ Ha dimostrato una parziale strategia risolutiva del problema</p> <p>∅ Non ha descritto/non ha descritto in modo esaustivo il processo risolutivo impiegato</p> <p>∅ Non ha usato/non ha usato correttamente illustrazioni e/o diagrammi durante il processo risolutivo</p> <p>∅ Non ha svolto correttamente il processo risolutivo</p>	<p>1</p>
<p>Mancata soluzione del Problema</p>	<p>0</p>